曲線のエネルギー最小化による経路に基づく反実仮想説明
正誤表&コメント
Counterfactual Explanation Based on Paths via Curve Energy Minimization
Errata&Comment

北岡 旦　　岡嶋 穣　　佐々木 耀一　　高野 凜

2025 年 5 月 15 日

1 節，1 段落目

■誤　反実仮想説明 (ounterfactual explanation, CE)

■正　反実仮想説明 (counterfactual explanation, CE)

2 節，命題 1

■誤　組 (M,g) を Riemann 多様体とする．点 $x^{(0)},x^{(1)}\in M$ は $x^{(0)},x^{(1)}$ を結ぶ (M,g) における最短測地線は存在するとする．このとき，

$$\underset{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(x^{(0)},x^{(1)})}{\arg\min}\mathrm{E}^g(\gamma)=\underset{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(x^{(0)},x^{(1)})}{\arg\min}\mathrm{L}^g(\gamma).$$

■正　組 (M,g) を Riemann 多様体とする．点 $x^{(0)},x^{(1)}\in M$ は $x^{(0)},x^{(1)}$ を結ぶ (M,g) における最短測地線は存在するとする．Ξ_{geo} を測地線の集合とする．このとき，

$$\min_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(x^{(0)},x^{(1)})}\mathrm{E}^g(\gamma)=\min_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(x^{(0)},x^{(1)})}\mathrm{L}^g(\gamma)^2,\quad \underset{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(x^{(0)},x^{(1)})}{\arg\min}\mathrm{E}^g(\gamma)=\underset{\gamma\in\Xi_{\mathrm{geo}}(x^{(0)},x^{(1)})}{\arg\min}\mathrm{L}^g(\gamma).$$

第 3 節，定理 2

■誤　Riemann 多様体 (M,g) を完備であるとする．空でない有界閉集合 $X^{(0)}, X^{(1)} \subset M$ とする．このとき，

$$\mathop{\arg\min}_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{E}^g(\gamma) = \mathop{\arg\min}_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{L}^g(\gamma) \neq \emptyset.$$

■正　Riemann 多様体 (M,g) を完備であるとする．空でない有界閉集合 $X^{(0)}, X^{(1)} \subset M$ とする．Ξ_{geo} を測地線の集合とする．このとき，

$$\min_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{E}^g(\gamma) = \min_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{L}^g(\gamma), \quad \mathop{\arg\min}_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{E}^g(\gamma) = \mathop{\arg\min}_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{geo}}(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{L}^g(\gamma) \neq \emptyset.$$

■コメント　[Kit25, 命題 6.3] を参照してください．

4 節，第 1 段落

■誤　曲線 γ^*, 点群 $\gamma_N^{*\mathrm{p}}$ を以下を満たすように取る：

$$\gamma^* \in \mathop{\arg\min}_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{E}^g(\gamma),\ \gamma_N^{*\mathrm{p}} \in \mathop{\arg\min}_{\gamma^{\mathrm{p}}\in\Xi_{\mathrm{p}}^N(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{E}^g(\gamma_N^{\mathrm{pl}}).$$

■正　曲線 γ^*, 点群 $\gamma_N^{*\mathrm{p}}$ を以下を満たすように取る：

$$\gamma^* \in \mathop{\arg\min}_{\gamma\in\Xi_{\mathrm{ps}}(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{E}^g(\gamma),\ \gamma_N^{*\mathrm{p}} \in \mathop{\arg\min}_{\gamma^{\mathrm{p}}\in\Xi_{\mathrm{p}}^N(X^{(0)},X^{(1)})} \mathrm{E}_N^g(\gamma_N^{\mathrm{p}}).$$

4 節，第 2 段落

■誤　定理 2,3 の系として，エネルギー最小化問題による，長さ最小化問題の誤差精度は以下で表される：

$$\mathrm{L}^g(\gamma_N^{*\mathrm{p}}) - \mathrm{L}^g(\gamma^*) \leq \frac{\mathrm{E}^g(\gamma_N^{*\mathrm{p}}) - \mathrm{E}^g(\gamma^*)}{2\mathrm{L}^g(\gamma^*)} \leq \frac{C^{\mathrm{gm}}}{2\mathrm{L}^g(\gamma^*)} N^{-1/2}.$$

■正　定理 2,3 の系として，エネルギー最小化問題による，長さ最小化問題の誤差精度は以下で表される：

$$\mathrm{L}^g(\gamma_N^{*\mathrm{pl}}) - \mathrm{L}^g(\gamma^*) \leq \frac{\mathrm{E}^g(\gamma_N^{*\mathrm{pl}}) - \mathrm{E}^g(\gamma^*)}{2\mathrm{L}^g(\gamma^*)} \leq \frac{C^{\mathrm{gm}}}{2\mathrm{L}^g(\gamma^*)} N^{-1/2}.$$

4 節，注釈 5

■誤　定理 3 の系として，[HO24] に現れる，(2) と，有限差分と数値積分で近似した最小化値の誤差精度は $O(N^{-1/2})$ で評価できる．

■正　削除

■コメント　有限差分と数値積分で近似した最小化問題は，どんなに N を取ってきても，長さ最小化問題 (2) に漸近しない例がある [Kit25, 5 節].

参考文献

[HO24] Y. Hatakeyama and Y. Okajima, 機械学習モデルの予測を早期に変更するための反実仮想説明ルートの生成 (日本語), National Convention of IPSJ **2024** (2024), no. 1, 33–34.

[Kit25] A. Kitaoka, *Minimization of curve length through energy minimization using finite difference and numerical integration in real coordinate space*, 2025. arXiv preprint arXiv:2504.15566v1.